

УДК 532.5.032

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ ПЕСЧАНОГО ДНА КАНАЛА В ОДНОМЕРНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

И.И. Потапов, К.С. Снигур

Аннотация

В работе предложена математическая модель для одномерного неравновесного руслового процесса. Модель учитывает движение наносов во взвешенном и влекомом состоянии. Транспорт влекомых наносов определен с помощью оригинальной формулы, аналитически полученной из уравнения движения тонкого придонного слоя. Данная формула не содержит новых феноменологических параметров и учитывает влияние уклона дна, физико-механических и гранулометрических параметров донного материала на процесс транспорта влекомых наносов. Для верификации предложенной модели был решен ряд классических тестовых задач. Выполнено сравнение результатов численных расчетов с известными экспериментальными данными и результатами других авторов. Показано, что, не смотря на относительную простоту предложенной математической модели, полученные численные решения хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Ключевые слова: взвешенные наносы, влекомые наносы, неравновесный русловый процесс, донные деформации, каверна, математическая модель, намыв, размыв, эрозия, седиментация

1. Введение

В настоящее время существует большое количество математических моделей, описывающих процесс деформации донной поверхности. Однако, большая часть из них содержит эмпирические параметры и полуаналитические зависимости, которые усложняют математическую модель и позволяют лишь качественно оценивать характер развития русловых процессов, требуя для конкретных расчетов дополнительной адаптации.

В работе предложена неравновесная русловая модель, основанная на моделях [1–3], которая учитывает движение донного материала во взвешенном и влекомом состоянии. Гидродинамическая часть модели включает уравнения движения водного потока в рамках приближения "мелкой воды". Транспорт влекомых наносов находится с помощью оригинальной формулы, аналитически полученной из уравнения движения тонкого придонного слоя, что позволяет исследовать влияние гранулометрических и физико-механических характеристик донного материала на деформации донной поверхности в качественном и количественном отношении.

Для верификации предложенной модели решен ряд классических тестовых задач. Выполнено сравнение результатов численных расчетов с известными экспериментальными данными [4, 5] и результатами других авторов [4, 6]

2. Математическая постановка

Одномерная по пространству математическая модель для неравновесного руслового процесса включает в себя:

- уравнение мелкой воды [7]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{U^2}{2g} + \eta \right) + \frac{\tau}{gH\rho_w} = 0, \quad Q = UH; \quad (1)$$

- уравнение переноса взвешенных наносов [8, 9]

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial SU}{\partial x} = \alpha \frac{W}{H} (S_* - S); \quad (2)$$

- уравнение Эйснера [7]

$$(1 - \varepsilon)\rho_s \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial x} = -\alpha \frac{W}{H} (S_* - S). \quad (3)$$

Здесь x, t – пространственная и временная координаты соответственно, U – осредненная по глубине скорость потока, H – глубина потока, Q – расход потока, $\eta = H + \zeta$ – уровень свободной поверхности ζ – уровень донной поверхности τ – придонные касательные напряжения, ρ_w – плотность воды ρ_s – плотность песка, g – ускорение свободного падения S – средняя субстанциальная мутность (находимая путем осреднения мутности по живому сечению потока без учета скорости течения) S_* – транспортирующая способность потока, W – гидравлическая крупность, ε – пористость донного материала, G – удельный массовый расход влекомых наносов, α – параметр регулировки транспорта взвешенных наносов, подбираемый эмпирически.

Транспортирующая способность потока S_* находится по формуле [8]

$$S_* = \begin{cases} \beta \frac{U^3}{WgH}, & W < u_* \\ 0, & W \geq u_* \end{cases}, \quad u_* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho_w}}, \quad \beta = 0.2 \quad (4)$$

Для определения напряжений гидравлического сопротивления потоку τ используется формула Шези-Маннинга [10]

$$\tau = \rho_w g \frac{U^2}{C^2}, \quad C = \frac{1}{n_s} H^{\frac{1}{6}}, \quad (5)$$

где n_s – шероховатость донного материала по Маннингу.

Поток влекомых наносов G определяется по формуле Петрова [1]

$$G = G_0 \tau^{\frac{3}{2}} \left[(1 - \chi) - \frac{1}{\tan \varphi \cos \gamma} \left(1 - \frac{\chi}{2} \right) \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right], \quad (6)$$

$$G_0 = \frac{4}{3} \frac{\rho_s m}{\kappa \sqrt{\rho_w} (\rho_s - \rho_w) g \tan \varphi \cos \gamma}, \quad m = \begin{cases} 1, & \chi \leq 1 \\ 0, & \chi \geq 1 \end{cases},$$

$$\chi = \sqrt{\frac{\tau_*}{\tau}}, \quad \tau_* = \frac{3}{8} \frac{\kappa^2 d (\rho_s - \rho_w) g \tan \varphi \cos \gamma}{c_x}, \quad (7)$$

где τ_* – критическое придонное касательное напряжение, φ – угол внутреннего трения частиц, c_x – лобовое сопротивление частиц, d – средний диаметр частиц, γ – острый угол между нормалью к поверхности дна и вертикальной линией, κ – постоянная Кармана.

Уравнения (1)-(6) при заданном расходе Q замыкаются начальными

$$\zeta(x, 0) = \zeta_0(x) \quad (8)$$

и граничными условиями

$$S(0, t) = S^0, \quad G(0, t) = G^0, \quad \frac{\partial \zeta(L, t)}{\partial x} = J, \quad H(L, t) = H^0, \quad (9)$$

где ζ_0 – начальный уровень донной поверхности, H^0 – глубина потока на выходе из расчетной области, G^0 – расход влекомых наносов, поступающих в расчетную область, S^0 – средняя субстанциальная мутность, поступающая в расчетную область, J – основной уклон донной поверхности, L – длина расчетной области.

3. Результаты исследований

Для верификации предложенной модели решены классические тестовые задачи о движении клина донных наносов и о замыве каверны. Решение данных тестовых задач позволяет оценить способность модели отражать процесс размыва и намыва донной поверхности.

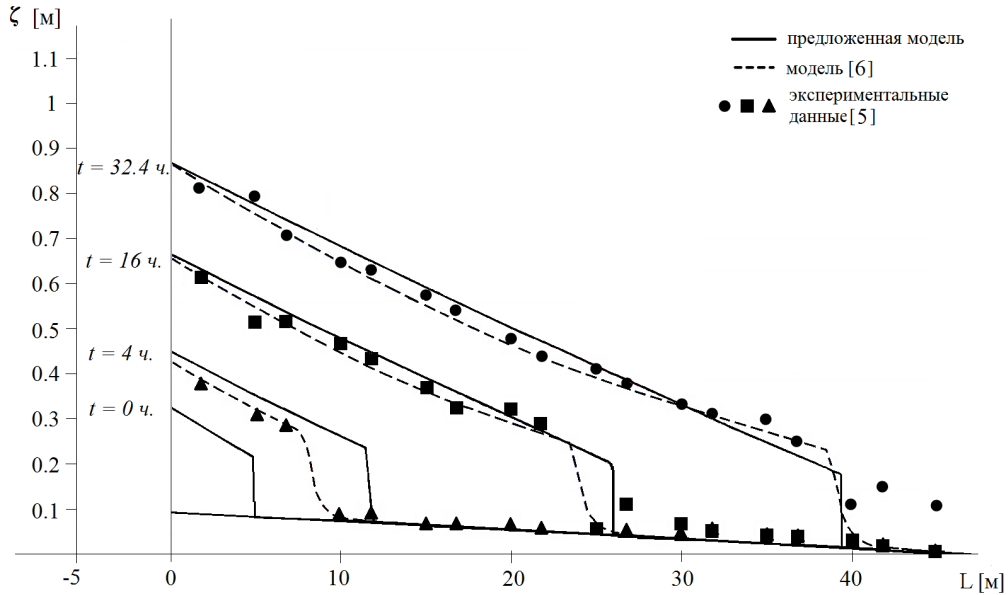


Рис. 1. Сравнение экспериментальных данных и расчетных данных

Исходные данные для задачи о движении клина донных наносов были взяты из экспериментальной работы [5]. На рис. 1 приведено расчетные профили дна, полученные с помощью модели CCH1D [6] и экспериментальные данные [5].

Из графиков, представленных на рис. 1 видно, что не смотря на неоднородный фракционный состав намываемого клина, полученные донные профили хорошо согласуются с экспериментальными данными. Предложенная русловая модель хорошо восстанавливает горизонтальный фронт клина, выдерживает скорость сдвига

клина, максимальное отклонение расчетных данных от экспериментальных наблюдается на вертикальном фронте клина донных наносов. Данное отклонение связано с резким увеличением глубины, которое способствует осаждению мелких фракций наносов и формированию сглаженного профиля клина. Так как предложенная модель является однофракционной, она не способна учесть данный процесс. Средняя относительная погрешность расчетных данных по предложенной модели равна 5 %.

Профили, полученные по модели CCNE1D [6] более плавные и восстанавливают вогнутость профиля клина и вертикальный фронт клина донных наносов. Но, не смотря на это, решения [6] имеют среднюю относительную погрешность, которая незначительно меньше погрешности полученных по предложенной модели решений и составляет 2 %.

Таким образом, предложенная модель качественно и количественно не уступает модели [6].

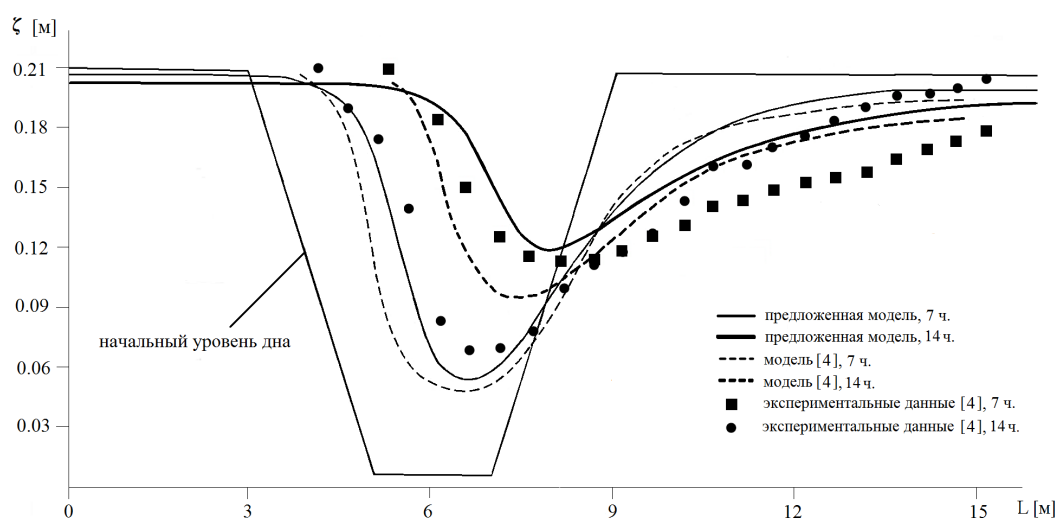


Рис. 2. Сравнение экспериментальных данных и расчетных данных, время наблюдения

Задача о замыве каверны транзитным гидродинамическим потоком является комплексной и ее решение позволяет оценить способность модели отражать процесс размыва и намыва донной поверхности в совокупности. Данные для расчетов были взяты из экспериментальной работы [4]. На рис. 2 приведено сравнение расчетных данных с экспериментальными данными [4] и результатами расчетов по двумерной неравновесной модели [4] через 7 и 14 часов наблюдения.

Из сравнения графиков на рис. 2 видно, что отклонение расчетных данных [4] от экспериментальных данных на напорном склоне каверны достигает 39 %. Модель [4] осуществляет избыточный размыв подветренного склона каверны, не восстанавливает глубину каверны. Решения по предложенной модели лучше согласуются с экспериментальными данными в области подветренной и донной части каверны, максимальное отклонение расчетных данных от экспериментальных на этих участках не превышает 13 %. К сожалению, в отличие от предыдущих экспериментальных данных, наблюдатели [4] не приводят графики изменения уровня донной поверхности в выходной части канала; это усложняет оценку полученных

профилей дна на участке напорного склона каверны, где наблюдается основное рас-
согласование экспериментальных данных с расчетными данными по предложенной
модели и модели [4]. В целом по области, за исключением напорного склона ка-
верны, предложенная модель хорошо согласуется с экспериментальными с средней
относительной погрешностью полученных данных 7.5 %.

4. Заключение

В работе предложена математическая модель для одномерного неравновесно-
го руслового процесса. В рамках предложенной модели решен ряд модельных
русловых задач. Сравнение результатов численных расчетов с известными экс-
периментальными данными показало, что, не смотря на относительную простоту
предложенной математической модели, полученные численные решения хорошо
согласуются с экспериментальными данными. Сравнение результатов численных
расчетов с результатами других авторов показало, что предложенная модель пре-
восходит по точности модели [4, 6]. Таким образом, предложенная модель может
применяться при решении широкого диапазона практических русловых задач.

Summary

I.I. Potapov, K.S. Snigur The modeling of sand riverbed evolution in one-dimension

In the paper the model for a one-dimensional non-equilibrium riverbed process is proposed. The model takes into account the suspended and bed-load sediment transport. The bed-load transport is determined by using the original formula. This formula was derived from the thin bottom layer motion equation. The formula doesn't contain new phenomenological parameters and takes into account the influence of bed slope, granulometric and physical mechanical parameters on the bed-load transport. A number of the model test problems are solved for the verification of the proposed mathematical model. The comparison of the calculation results with the established experimental data and results of other authors is made. It was shown, that obtained calculation results have a good agreement with the experimental data in spite of the relative simplicity of the proposed mathematical model. **Key words:** suspended sediment, bed-load sediment, non-equilibrium riverbed process, bed deformation, cavern, mathematical model, erosion, deposition, sedimentation

Литература

1. *Петров П.Г.* Движение сыпучей среды в придонном слое жидкости // ПМТФ. – 1991. – № 5. – С. 72–75.
2. *Потапов И.И., Снигур К.С.* Анализ деформаций несвязного дна канала в нижнем бьефе гидроузла // Вычислительные технологии. - 2011. – Т. 16, № 4. – С. 114 – 119.
3. *Потапов И. И., Снигур К. С.* Исследование эволюции поперечной русловой прорези под действием транзитного гидродинамического потока // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. – 2014. – № 2. –С. 146–152.
4. *Kerssens P.J.M., van Rijn L.C.* Model for non-steady suspended sediment transport // Project Engineers delft hydraulics laboratory, Delft, Netherlands. 1977. 8 p.
5. Seal, R., Parker, G., Paola, C. Laboratory experiments on downstream fining of gravel, narrow channels runs 1 through 3: supplemental methods and data // J. Hydraul. Eng. – 1997. – 123(10) – P. 874–884.
6. *Wu W., Vieira D. A.* One-dimensional channel network model CCHE1D 3.0 – Technical manual // National center for computational hydroscience and engineering, The university of Mississippi – 2002. – Technical report № NCCHE-TR-2002-1. – 122 p.

-
7. *Картвелишвили Н.А.* Потоки в недеформируемых руслах. – Л.: Гидрометеиздат, 1973. – 279 с.
 8. *Караушев А.В.* Теория и методы расчета речных наносов. – Л.: Гидрометеиздат, 1977. – 272 с.
 9. *Белолипецкий В.М., Генова С.Н.* Вычислительный алгоритм для определения динамики взвешенных и донных наносов в речном русле // Вычислительные технологии. – 2004. – Т. 9, № 2. – С. 9–25.
 10. *Гришанин К.В.* Устойчивость русел рек и каналов. – Л.: Гидрометеиздат, 1974. – 143 с.

Потапов, Игорь Иванович – д.-р. физ.-мат. наук, зав. лабораторией вычислительной механики, ВЦ ДВО РАН

E-mail: *potapovii@rambler.ru*

Снигур, Ксения Сереевна – аспирант, ВЦ ДВО РАН

E-mail: *snigur_ks@rambler.ru*